



MECANIQUE DU SOLIDE

Problème plan

1 – PREAMBULE

Le traitement des problèmes de dynamique (ou de statique) peut parfois être simplifié en le ramenant dans un plan un système tridimensionnel. Cette simplification, si elle est possible, ne se fait pas au détriment de la qualité des résultats ; elle ne fait que faciliter le traitement du problème.

Par ailleurs, il arrive que certaines géométries présentent un degré d'hyperstatisme $h > 0$ impliquant de facto plus d'inconnues que d'équations. Si des considérations géométriques permettent raisonnablement d'annuler d'emblé certaines inconnues, alors il faut le faire ; ceci *peut* rendre le problème soluble.

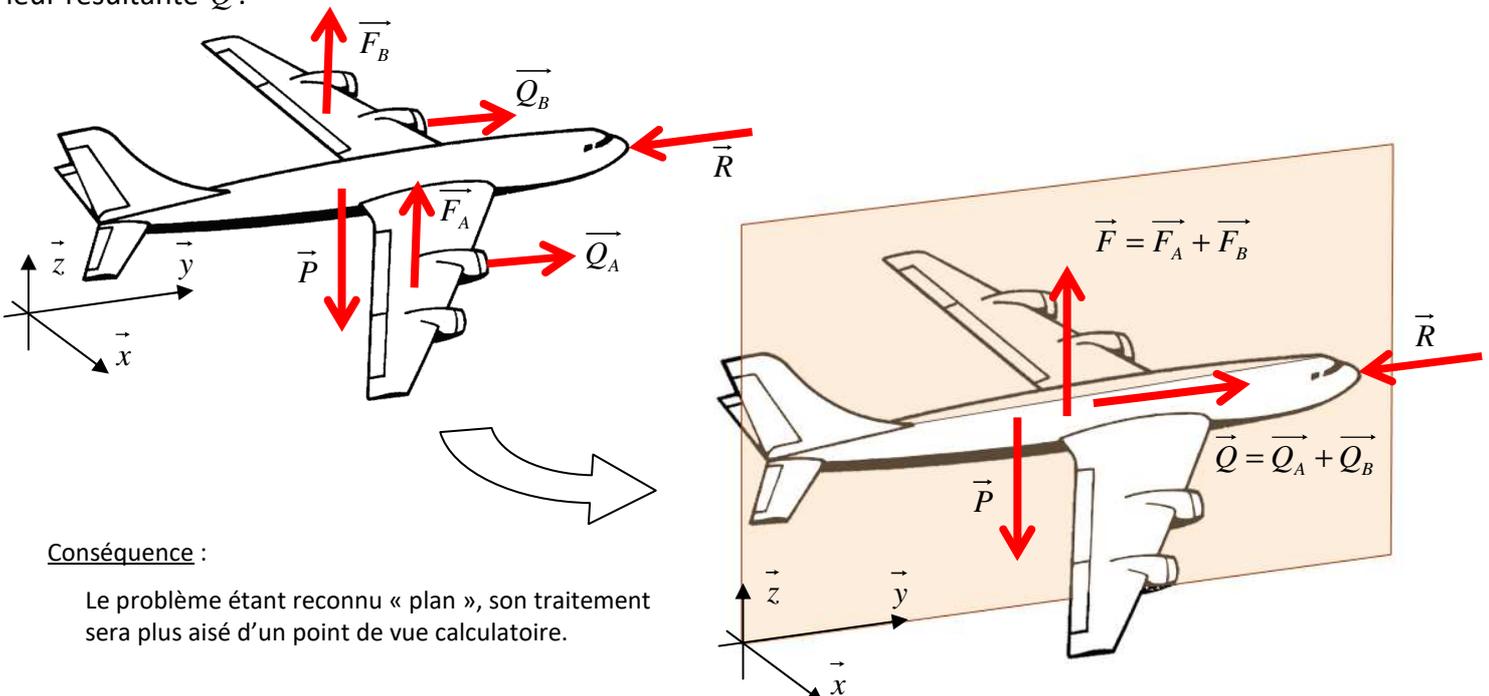
2 – CONDITIONS POUR DECLARER UN PROBLEME PLAN

Un problème est dit « plan » si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- ⇒ La géométrie des masses du mécanisme possède un plan de symétrie,
- ⇒ Les forces peuvent toutes être ramenées dans le plan de symétrie,
- ⇒ Les couples sont tous perpendiculaires au plan de symétrie.

3 – UTILITE POUR SIMPLIFIER LE TRAITEMENT D'UN PROBLEME

Le plan $(\vec{y}; \vec{z})$ est un plan de symétrie géométrique de l'avion. \vec{P} et \vec{R} sont dans ce plan ; \vec{F}_B étant symétrique à \vec{F}_A , on considère la résultante \vec{F} ramenée dans le plan de symétrie, idem pour \vec{Q}_B et \vec{Q}_A avec leur résultante \vec{Q} .

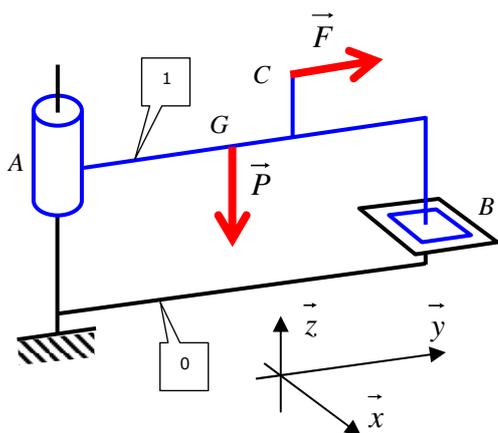


Conséquence :

Le problème étant reconnu « plan », son traitement sera plus aisé d'un point de vue calculatoire.

4 – UTILITE POUR RENDRE SOLUBLE UN PROBLEME HYPERSTATIQUE

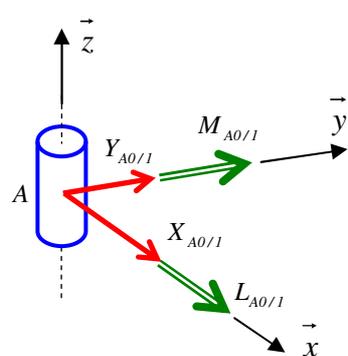
Considérons par exemple le système suivant composé de deux solides (0) et (1) en contact en A et en B :



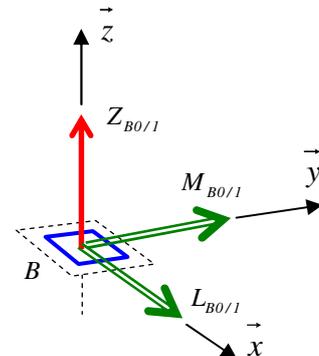
Ces contacts impliquent des liaisons mécaniques qui ici ont été modélisées par :

En A : liaison pivot glissant d'axe $(A; \vec{z}) \Rightarrow$ **4 inconnues**

En B : liaison appui plan de normale $(B; \vec{z}) \Rightarrow$ **3 inconnues**



Efforts transmissibles dans la pivot glissant (4 inconnues)



Efforts transmissibles dans l'appui plan (3 inconnues)

\vec{P} et \vec{F} représente un chargement supposé connu.

Le problème possède donc **7 inconnues** algébriques et on montre que l'application du PFD (ou du PFS) sur l'ensemble (1) ne donnerait que **5 équations** utiles.

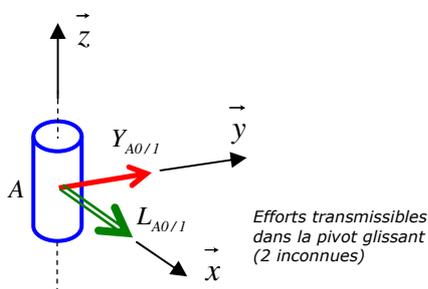
\Rightarrow **Le système est donc hyperstatique d'ordre 2 ($h=2$) et ne peut pas a priori être résolu.**

Observons maintenant ce qui suit :

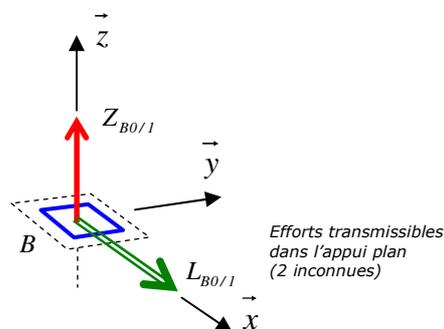
- \Rightarrow Les points A , B , G et C qui définissent la géométrie du système sont tous contenus dans un même plan ; ce dernier est donc plan de symétrie géométrique.
- \Rightarrow Les efforts extérieurs \vec{P} et \vec{F} sont dans ce plan.

Ce faisant, on montre que :

- \Rightarrow Toutes les forces sont dans ce plan $\Rightarrow X_{A0/1} = 0$
- \Rightarrow Tous les couples (ou moments) sont perpendiculaires à ce plan $\Rightarrow M_{A0/1} = M_{B0/1} = 0$



Efforts transmissibles dans la pivot glissant (2 inconnues)



Efforts transmissibles dans l'appui plan (2 inconnues)

3 inconnues algébriques ont été supprimées. Le problème ne possède donc plus que **5 inconnues** algébriques et l'application du PFD (ou du PFS) sur l'ensemble (1) donne toujours **5 équations** utiles.

\Rightarrow **Le système est donc isostatique ($h=0$) et peut être résolu.**